

4 Mathematische Vorläuferfähigkeiten

Zu Beginn seiner Entwicklung lernt das Kind über seine Sinne das eigene Körperschema zu erfassen und seine Umwelt dazu in Beziehung zu setzen (mein rechtes Bein, rechts von mir ...).

Über die Verknüpfung von Sinnesleistungen gelingt es zunehmend, Basisfähigkeiten und -fertigkeiten zu entwickeln, die eine Ausbildung spezifischer mathematischer Vorläuferfähigkeiten ermöglichen (siehe Abbildung). Ihre Beherrschung ist nachweislich sehr wichtig für eine erfolgreiche Bewältigung des Mathematikstoffes der Grundschule und darüber hinaus.

Vorläuferfähigkeiten	Kompetenzen
Mengenvorwissen:	<p>Klassifikation: Gegenstände nach Form, Farbe ... sortieren</p> <p>Seriation: Muster legen, Gegenstände nach der Länge ordnen ...</p> <p>Mengenvergleich: Wo liegen mehr Bonbons, Mengeninvarianz überprüfen</p> <p>Simultanerfassung Erfassen von Mengen bis 3 oder 4 ohne zu zählen</p>
Zahlenvorwissen:	<p>Zählfertigkeit: vorwärts, rückwärts, weiter zählen; Vorgänger – Nachfolger; größer – kleiner</p> <p>Arabisches Zahlwissen: Zeig mir die Zahl 7 ...</p> <p>Rechenfertigkeiten: Textaufgaben zu $3 + 5$; $5 = 3 + x$... (5 Kinder, 3 Bälle)</p>
Zahleninformationsverarbeitungsgeschwindigkeit:	z. B. Würfelbilder erkennen

Quelle: Krajewski, K. (2003). Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovac.

Ergebnisse der Säuglingsforschung weisen darauf hin, dass basale Fähigkeiten im Umgang mit Mengen **angeboren** sind. Diese intuitiven mathematischen Kompetenzen bilden die Grundlage der Zählfertigkeit und des quantitativen Verständnisses im Vorschulalter (*Stern*).

Sie sind Grundgerüst für spätere Vorläuferfähigkeiten im Bereich der Zahlen, des Zählens und des Rechens.

Bereits im Alter zwischen zwei und drei Jahren beginnen Kinder, die Zahlwortreihe auswendig zu lernen, ohne zunächst ihre Regelmäßigkeit zu erkennen (*Milz*).

Sie wird als Ganzes, beginnend bei Eins, verwendet, wobei einzelne Zahlwörter zunächst nicht isoliert gesprochen werden (123456789).

Gelman und Gallistel definieren die Zählfähigkeit über fünf Prinzipien:

- 1. Eindeutige Zuordnung:** Bei einer zu zählenden Menge wird genau jedem Element ein eindeutiges Zahlwort zugeordnet (nicht 2x die Drei...) → Eins-zu-Eins-Prinzip.
- 2. Stabile Ordnung:** Die Zahlwortreihe liegt in einer festgelegten Ordnung vor, die jederzeit wiederholbar ist. Die Folge der Zählzahlen muss also stets gleich sein (nach 2 kommt 3).
- 3. Anzahlbestimmung:** Das letzte beim Zählen einer Menge verwendete Zahlwort gibt die Mächtigkeit der Menge an (Kardinalzahlprinzip).
- 4. Abstraktion von qualitativen Eigenschaften:** Die genannten Prinzipien gelten für alle beliebigen Objekte, die zählbar sind, unabhängig von Größe, Farbe, Gewicht usw. können beliebige Elemente zusammengefasst und gezählt werden.
- 5. Abstraktion von räumlichen Anordnungen:** Die genannten Prinzipien gelten unabhängig von der räumlichen Anordnung der zu zählenden Objekte.

Baroody ergänzt die fünf Zählprinzipien durch das **Prinzip der Einmaligkeit:**

Damit wird festgelegt, dass jedes genannte Zahlwort genau ein Element bezeichnet und dass jedes zu zählende Element mit genau einem Zahlwort bezeichnet wird. (also 1,2,3,3,4, geht nicht: Damit würden zwei unterschiedliche Anzahlen, bzw. zwei Elemente mit demselben Zahlwort bezeichnet).

Dehane ergänzt noch das **Prinzip der beliebigen Reihenfolge:** Es spielt für das Zählen und das Zählergebnis keine Rolle, in welcher Reihenfolge die Objekte gezählt werden.

Das Zählen ist Voraussetzung für die **Zahlbegriffsbildung**. Die Bildung von Zahlbegriffen oder Zahlvorstellungen werden in der Wissenschaft zwar schon seit über 100 Jahren diskutiert. Gesicherte Erkenntnisse darüber sind bis heute eher spärlich vorhanden, wohl aber eine Fülle von mehr oder weniger brauchbaren Modellvorstellungen.

Kinder im Vorschulalter können bereits folgende Bedeutungen von Zahlen spielerisch erfassen:

- Kardinalzahlaspekt (Anzahlaspekt): Die Zahl umfasst die Mächtigkeit einer Menge (Anzahl der Spielsachen ...).
- Ordinalzahlaspekt: (Ordnungsaspekt): Die Zahl gibt an, welchen Platz ein Element in einer bestimmten Reihe einnimmt (das dritte Haus).
- Maßzahlaspekt: Die Zahl steht als Maßzahl für bestimmte Größen (zwei Meter).
- Operatoraspekt: Die Zahl beschreibt die Vielfachheit einer Handlung oder eines Vorgangs (es hat zweimal geklingelt, dreimal so schwer ...).
- Rechenzahlaspekt: Die Zahl steht als Ergebnis einer mathematischen Operation ($3 + 4 = 7$).

Wichtig: Kinder brauchen für den Erwerb von Zahlbegriffen in erster Linie eine Umwelt mit mathematischen Lernanreizen und sich daraus ergebenden mathematischen Problemsituationen, die eben ihrem kindlichen Alltags entspringen. Häufige Zählaktivitäten mit Zuordnung von Zahl und Zählobjekt (Bausteine, Autos auf einem Parkplatz, Artikel im Einkaufswagen, Personen in einer Warteschlange ...) tragen maßgeblich zur Zahlbegriffsbildung bei. „Mathematisieren“ Sie zusammen mit Ihrem Kind den Alltag!

Auf der Basis von beherrschten Zählstrategien und Zahlbegriffsverständnissen entwickeln sich schließlich zunehmend komplexere mathematische Fähigkeiten. Erste Schritte von der konkreten Darstellung in Richtung abstrakte Darstellung werden möglich (z. B. Türme aus Bauklötzchen aufzeichnen lassen, Größenvergleich!).

Die Kinder können nun Beziehungen zwischen Mengen mit Zahlen darstellen und erste Rechenoperationen zu Addition und Subtraktion verstehen.

Auffälligkeiten

- Mangelnde Orientierung im Raum
- Probleme beim Nachzeichnen einfacher geometrischer Figuren
- Unsicherheit in der Unterscheidung ähnlicher geometrischer Formen (Dreieck, Viereck)
- Probleme, geometrische Muster fortzusetzen (I O □; I ...)
- Unsichere Verwendung der Begriffe „vor“, „neben“, „hinter“ ...
- Mangelnde Simultanerfassung von Mengen bis 4
- Unsichere Zählaktivitäten
- Mangelnde Fähigkeit, einer Zahl die entsprechende Anzahl zuzuordnen
- Unsichere Verwendung der Begriffe „mehr-weniger-gleich“
- Unsicherheit beim Tischdecken (Eins-zu-Eins-Zuordnung)
- Probleme beim Vergleichen von Längen (höher, niedriger, länger, kürzer) ...
- Schwierigkeiten beim Abzählen von Mengen (Obst ...)

Übungen und kleine Spiele

- Ritsch Ratsch
Es wird eine Anzahl genannt. Das Kind reißt entsprechend viele Teile von einer Zeitung, Katalogseite ... ab
- Marienkäferspiel
Auf einer Blankovorlage eines Marienkäfers werden in die beiden Flügelhälften Anzahlen von Punkten gemalt. Wie alt ist der Käfer? (Addition bis max. 10)
- Kaufladen spielen
- Tisch decken lassen (Teller, Besteck, Gläser ...)
- Domino-Spiel
- Bunte Perlenkette
Verschiedenfarbige Perlen nach gleicher Reihenfolge der Farben auffädeln lassen.
- Vormalen-Nachmalen
Es wird zum Beispiel eine einfache Figur (Schneemann...) vorgemalt und abgedeckt. Das Kind soll diese Figur aus dem Gedächtnis nachmalen. Dann Rollentausch! ...
- Tierfütterung
Im Zoo die mitgebrachten Nüsse zählen und überlegen, wie viele Affen jeweils zwei erhalten können. Alternativ mit Spielzeugfiguren ...

Hinweis: Eine Fülle an motivierenden kindgemäßen Übungen finden Sie in „Für Mathe gut gerüstet, Band 1 und 2“ Auer Verlag, Bestell-Nr. 4643 bzw. Nr. 4813.

Vertiefende Literatur

- Ennemoser, M.: Training mathematischer Basiskompetenzen als unterrichtsintegrierte Maßnahme in Vorklassen. Empirische Pädagogik, 24, 2010, 336–352.
- Hasemann, K.: Ordnen, Zählen, Experimentieren. Mathematische Bildung im Kindergarten. In: Weber, S. (Hrsg.). Die Bildungsbereiche im Kindergarten, 181–205. Freiburg i. B. 2003: Herder.
- Krajewski, K.: Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg 2003: Kovac
- Krajewski, K.: Prävention der Rechenschwäche. In: W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), Handbuch der Pädagogischen Psychologie, 360–370. Göttingen 2008: Hogrefe

Mathematische Vorläuferfähigkeiten

Wesentliche Voraussetzungen für mathematisches Denken entwickeln sich im Kleinkindalter. Diese Vorläuferfähigkeiten sind besonders entscheidend für den späteren Erfolg im Mathematikunterricht:

1. Mengenvorwissen

Dazu zählen die Fähigkeit, Gegenstände nach bestimmten Merkmalen zu sortieren (alle runden, eckigen, blauen ...), Muster zu legen (Viereck, Kreis, Dreieck, Viereck ...) Anzahlen von Dingen zu vergleichen (mehr, weniger, gleich), Anzahlen bis vier auf einen Blick zu erfassen.

2. Zahlenvorwissen

Dazu zählen die Fähigkeit, die Zahlenreihe bis 10 aufsagen können, Zahlen auf Münzen zu erkennen, die größere von zwei Anzahlen benennen zu können, die Anzahl 2, 5 usw. zeigen können, einfache Rechenoperationen (mit Material!) beherrschen: zwei Hunde werden gefüttert, der erste bekommt zwei Knochen, der zweite drei...

Im Zusammenhang mit dem Zählen entwickeln Kinder zusehends die Fähigkeit,

- jeder Zahl genau einen Namen zuzuordnen,
- die Zahlennamen nach Größe geordnet aufzusagen (eins, zwei, drei ...),
- die Anzahl einer Menge beim Zählen durch Nennung der letzten Zahl angeben zu können (wenn ich bei einer Menge bis 8 zähle, sind es acht Tiere ...),
- zu erkennen, dass man auch ganz unterschiedliche Objekte zählen kann (4 Steine plus 3 Muscheln → 7 Dinge aus dem Urlaub!),
- zu erkennen, dass man Objekte in beliebiger Reihenfolge zählen kann

Kinder brauchen für den Erwerb von Zahlbegriffen in erster Linie eine Umwelt mit mathematischen Lernanreizen, die eben ihrem kindlichen Alltags entspringen. Alle Bereiche werden dabei von Kindern zunächst einmal auf der konkreten Ebene erkundet: Verschiedene Formen (rund, eckig ...) werden erfühlt, verglichen, auch Größen werden direkt miteinander verglichen (wie viele Kinder sind auf dem Spielplatz, wie viele Spielgeräte siehst du ...). Besonders wichtig sind häufige Zählaktivitäten mit Zuordnung von Zahl und Zählobjekt: Bausteine, Autos auf einem Parkplatz, Artikel im Einkaufswagen, Personen in einer Warteschlange usw. So wird maßgeblich die Zahlbegriffsbildung gefördert. „Mathematisieren“ Sie zusammen mit Ihrem Kind den Alltag, ohne es zu gängeln!

Erste Beobachtung

S. 35

Informelle Diagnostik

- Screening, S. 69–72
- Beobachtungstabellen, S. 29–34, S. 132–134

Förderung

- Spiele, S. 108–114

Beobachtungsbogen der mathematischen Vorläuferfähigkeiten

Name: _____ Datum: _____



Bewegungsaufgabe		+	0	-	Bemerkung
Begriff „Zahl“					
Zählen bis 10					
Eins-zu-Eins-Zuordnung	richtige Punktzahl wird gezeichnet				
	Mengenerfassung bei der 1-zu-1- Zuordnung				
Ordnungszahlen					
Simultane Mengenerfassung					
Begriffe	Mehr – weniger				
	am wenigsten – am meisten				
Klassifikationen					
Musterfolgen	erkennt Musterfolgen				
	setzt Musterfolgen richtig fort				

Haben Sie mehrfach „-“ angekreuzt, sollte ein ausführliches Screening zu den mathematischen Vorläuferfähigkeiten erstellt werden. Es empfiehlt sich, die Einschätzungen der betreuenden Personen des Kindes miteinander zu vergleichen und gegebenenfalls einen Therapeuten hinzuzuziehen.

Bodo und Lilo bei den Zahlenfressern

Mathematische Vorläuferfähigkeiten

Benötigtes Material

- Lilo/Bodo K1/A1 (S. 74)
- Schatzkarte S (S. 84): Ausschnitt „Zahlenfresser“
- K11–K14 (S. 82–83)
- Buntstifte
- 10 Muggelsteine oder Plättchen

Benötigte Zeit

10 bis 20 Minuten

Empfehlung

Lesen Sie die Arbeitsanweisungen möglichst originalgetreu vor!

Geschichte

Nachdem Lilo und Bodo sich dem Ende des Zauberwaldes nähern, kommen sie an ein komisches kleines Häuschen. „Wer wohl darin wohnt?“, denken sich die beiden. Aus dem Häuschen kommen seltsame Stimmen: „Acht, nein sieben“ – „Jetzt fress ich dich aber!“ – „Mmh, die drei ist meine Lieblingszahl.“

Mutig klopfen Lilo und Bodo an die Tür. „Herein, welche Zahl habt ihr dabei, Fremde?“ „Äh, keine!“, sagt Bodo. „Ihr seid hier bei den Zahlenfressern! Wir backen Zahlen und fressen Zahlen und lieben Zahlen ...!“ **„Weißt du überhaupt, was eine Zahl ist?“, fragt Nummer 1 Bodo. „Ähm!“, Bodo weiß nicht so recht, was er antworten soll, kannst du ihm helfen und Nummer 1 sagen, was eine Zahl ist?“**

„Super, richtig gut!“, sagt Nummer 2, **„aber können die Menschenkinder schon zählen?“** „Wie weit soll ich zählen?“, fragt Bodo. „Ich kann das nämlich schon!“ **„Kannst du auch schon zählen? Zähle mal soweit du kannst!“**

(Legen Sie die Muggelsteine vor das Kind! Das Kind sollte bis zehn ohne Hilfe zählen können.)

„Oh Mann, die sind richtig gut!“, murmelt Nummer 3. „Jetzt habe ich eine Aufgabe für dich!“ Nummer 3 zeigt Lilo und Bodo ein Bild. **„Gib mir doch mal sieben Steine!“** *(Achten Sie darauf, dass das Kind laut zählt! Fordern Sie das Kind auf, die Punkte beim Zählen zu zeigen; Eins-zu-Eins-Zuordnung.)*

„Und jetzt zähl mal vom dritten Stern bis zum siebten Stern!“ *(Achten Sie darauf, dass das Kind hier wirklich beim dritten Stern zu zählen beginnt und beim siebten Stern das Zählen beendet! Geben Sie notfalls eine Hilfestellung vor (erster Stern – darauf zeigen – zweiter Stern usw.). Lassen Sie das Kind laut mitsprechen!)*

„Gut gemacht! Und nun zeigst du mir noch den vierten Stern!“



Ü

Ü

Ü

K11

Beobachtungstabelle zum resultativen Zählen, zum Zahlwortgebrauch, zur Orientierung im Zahlenraum bis 10 (29)



Beobachtung: _____ (Name)	++	+	O	-	--	Bemerkung
Die Anweisungen wurden vollständig verstanden und selbstständig ausgeführt.						
Kind weiß, was eine Zahl ist; zählt Zahlen auf.						
Kind kann bis 10 zählen.						
Muggelsteine wurden richtig abgezählt.						
Eins-zu-Eins-Zuordnung gelingt fehlerlos.						
Kind konnte vom 3. bis 7. Stern zählen.						
Kind kennt die Ordnungszahlen (kann 4. Stern zeigen).						

Geschichte

Nummer 5 und Nummer 7 wollen auch eine Aufgabe stellen: „Hey, schau mal her!“, rufen sie. „Wir machen das Zahlenfresserspiel. **Ich verstecke Muggelsteine in meiner Hand, zeige sie dir ganz kurz und du sagst mir, wie viele Steine du gesehen hast! Okay?**“ (Zeigen Sie die Steine so kurz, dass das Kind keine Zeit hat, diese abzuzählen. Das Kind soll die Augenzahl ohne Zählen benennen können. Die simultane Mengenerfassung sollte bis 4 gelingen.)



Ü

Beobachtungstabelle zu K11 (simultane Mengenerfassung) (30)



Beobachtung: _____ (Name)	++	+	O	-	--	Bemerkung
Die Anweisungen wurden vollständig verstanden.						
Die simultane Mengenerfassung (bis 4) gelang dem Kind.						

Geschichte

„Und ich habe noch meine Rechensternvögel mit den schönen Federn“, ereifert sich Nummer 8.

- (1) „**Bodo, ich schenke dir den Vogel mit den meisten Federn! Welcher ist das noch mal?**
- (2) „**Zeige mir einen Vogel, der weniger Federn hat!**“
- (3) „**Welcher Vogel hat die wenigsten Federn?**“
- (4) „**Welcher Vogel hat fünf Schwanzfedern?**“



K12

Beobachtungstabelle zu K12 (Zahlenvergleich) (31)



Beobachtung: _____ (Name)	++	+	0	-	--	Bemerkung
Die Anweisungen wurden vollständig verstanden.						
Die Begriffe „mehr“, „weniger“ sind bekannt.						
Die Begriffe „am wenigsten“, „am meisten“ sind bekannt.						

Geschichte

Ich habe auch noch eine Aufgabe“, ruft *Nummer 2*, das kleinste Zahlenfresserchen. „In meinem Schrank sind viele Kisten und ich finde die richtige nicht mehr“, jammert das kleine Zahlenfresserchen.



„Kannst du mir das Fach ...

(1) mit zwei Dreiecken und keinem Kreis zeigen? (Kind zeigt Fach.)

(2) mit einem Viereck und zwei Kreisen zeigen? (Kind zeigt Fach.)

K13

Beobachtungstabelle zu K13 (Klassifikation) (32)



Beobachtung: _____ (Name)	++	+	0	-	--	Bemerkung
Die Anweisungen wurden vollständig verstanden.						
Kind zeigt auf richtige Fächer (Klassifizieren gelingt).						

Geschichte

„Wir wollen aus dem Zauberwald herausfinden und in die Schule gehen. Könnt ihr uns helfen?“, fragen Bodo und Lilo die Zahlenfresser. „Ja, natürlich“, sagt *Nummer 1*, „wir verteilen hier Karten, mit denen du aus dem Zauberwald herauskommst! Allerdings musst du diese Karte richtig ausmalen, sonst ist sie nicht gültig.“ „Wie geht denn das schon wieder?“, fragt Lilo. „Du musst so viele Punkte auf die Karte zeichnen, wie du Sterne siehst!“

(Kind malt pro Stern einen Punkt auf die Karte.)



K14



Ü

„Außerdem musst du mein Geld zählen“, sagt *Nummer 1*. (Legen Sie ca. 15 Plättchen vor das Kind.) „Ich möchte, dass du mir 7 Geldstücke gibst, damit ich diese in meine Schatzkiste legen kann!“

Beobachtungstabelle zu K14 (33)



Beobachtung: _____ (Name)	++	+	O	-	--	Bemerkung
Die Anweisungen wurden vollständig verstanden.						
Kind zeichnet die richtige Anzahl von Punkten.						
Kind zeigt planvolles Vorgehen.						
Kind erfasst Menge der Sterne.						
Kind zählt sieben „Geldstücke“ ab.						

Geschichte

„Ist die Karte jetzt endlich fertig?“ – „Nein, noch nicht ganz“, antwortet *Nummer 3*.

„Sie braucht noch ein kleines Muster. **Du musst nur noch die Perlen ausmalen.**“

(Kind setzt Perlenmuster fort. Die ersten drei Perlen haben Sie bereits ausgemalt: gelb – grün – rot.)

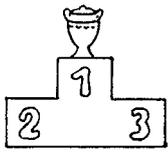


K14



Beobachtungstabelle zu K15 (34)

Beobachtung: _____ (Name)	++	+	O	-	--	Bemerkung
Kind nimmt die richtigen Farben.						
Kind setzt Musterfolge richtig fort.						
Kind arbeitet planvoll.						

Spieglein, Spieglein in der Hand ...			
 <p>Konzentration</p>	 <p>Wettkampf</p>	 <p>In der Gruppe möglich</p>	 <p>Kind und ein Erwachsener</p>
Mathematische Vorläuferfähigkeiten			
Benötigtes Material	Handspiegel Verschiedene Gegenstände		
Ziele	Raum-Lage-Beziehungen herstellen und erkennen Feinmotorik schulen		
Beschreibung/ Regeln	<ul style="list-style-type: none"> • Das Kind bekommt einen Spiegel und hält sich diesen waagrecht über die Augen. Es schaut in den Spiegel (also nach oben) und kann so den Boden sehen. • Auf dem Boden sind verschiedene (dem Kind bekannte) Gegenstände ausgelegt. • Der Erwachsene nennt nun einen Gegenstand, den das Kind suchen soll. • Dabei führt der Erwachsene das Kind durch das Zimmer. • Entdeckt das Kind den Gegenstand, darf es ihn aufheben. • Eine neue Runde beginnt. 		
Variationen	<ul style="list-style-type: none"> • Man kann auch mit mehreren Kindern spielen. Hier ist es auch möglich, z. B. eine bestimmte Anzahl Muggelsteine im Zimmer zu suchen und zu sammeln. Achtung: Es darf nicht geschummelt werden. Ein Kind könnte Detektiv sein. • Das Spiel ist auch als eine Art „Blinde Kuh“ möglich. Hier wird das Kind mit dem Spiegel losgeschickt einen bestimmten Gegenstand zu suchen. Mit Kommandos wie „rechts/links“ (für kleinere: vor/zurück/zur Seite) kann das Kind bis zum Ziel geführt werden. 		
Reflexion/ Weiterarbeit	<ul style="list-style-type: none"> • Ein Erwachsener führt das Kind. Das Kind beschreibt, was es sieht. Es kann vom Erwachsenen aber auch gezielt gefragt werden: z. B. „Was siehst du rechts/links?“ 		
Einsatz	<ul style="list-style-type: none"> • Als Spiel zwischendurch • Auch am Kindergeburtstag möglich 		
Anmerkung	<ul style="list-style-type: none"> • Fühlt sich das Kind sicher, kann es auch alleine durch den Raum laufen. • Bei mehreren Kindern darauf achten, dass es nicht zu „Frontalzusammenstößen“ kommt. 		