



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges

Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer

Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Tabellenbuch Metall

49., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung

Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 10706 XL, mit Formelsammlung und keycard

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

| | |
|-------------------|------------------|
| Roland Gomeringer | Meistetten |
| Roland Kilgus | Neckartenzlingen |
| Volker Menges | Lichtenstein |
| Stefan Oesterle | Amtzell |
| Thomas Rapp | Albstadt |
| Claudius Scholer | Metzingen |
| Andreas Stenzel | Balingen |
| Andreas Stephan | Marktoberdorf |
| Falko Wieneke | Essen |

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meistetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 366 bis 380) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

49. Auflage 2022, korrigierter Nachdruck 2022

Druck 6 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1142-4 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1143-1 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1144-8 XL, mit Formelsammlung und Keycard

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschtzt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Flle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Ertstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die „**Formelsammlung Metall plus+**“, die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der online & offline nutzbaren Ausgabe in der EUROPATHEK liegt das Tabellenbuch Metall in digitaler Form vor. Die neue Version ist geräte- und betriebssystemübergreifend in verschiedenen Varianten erhältlich. Berechnungsmöglichkeiten, Such- und Notizfunktionen sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Weitere Informationen zu den digitalen Angeboten unter www.europa-lehrmittel.de/tm49.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen und Erweiterungen in der 49. Auflage

- Normänderungen bis November 2021.
- Neustrukturierung des Kapitels „Technische Kommunikation“ mit wichtigen inhaltlichen Änderungen und Ergänzungen durch neue Normen zur Produktdokumentation (TPD) und der Geometrischen Produktspezifikation (GPS) zur Darstellung in technischen Zeichnungen.
- Aufnahme der Tolerierung von Kunststoff-Formteilen.
- Aufnahme von Verfahren zur Additiven Fertigung mit den Werkstoffen zum Lasersintern.
- Aufnahme neuer CNC-Zyklen bei PAL.
- Neue Kennzeichnungen in Schaltplänen.
- Ergänzungen im Bereich GRAFCET.
- Aufnahme von Hydraulikpumpen mit Berechnungsformeln.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

| | | |
|--------------------------------|----------|----------|
| 1 Technische Mathematik | 9 ... 28 | M |
|--------------------------------|----------|----------|

| | | |
|----------------------------|-----------|----------|
| 2 Technische Physik | 29 ... 56 | P |
|----------------------------|-----------|----------|

| | | |
|-----------------------------------|------------|----------|
| 3 Technische Kommunikation | 57 ... 124 | K |
|-----------------------------------|------------|----------|

| | | |
|---------------------------|-------------|----------|
| 4 Werkstofftechnik | 125 ... 214 | W |
|---------------------------|-------------|----------|

| | | |
|----------------------------|-------------|----------|
| 5 Maschinenelemente | 215 ... 286 | M |
|----------------------------|-------------|----------|

| | | |
|----------------------------|-------------|----------|
| 6 Fertigungstechnik | 287 ... 432 | F |
|----------------------------|-------------|----------|

| | | |
|----------------------------------|-------------|----------|
| 7 Automatisierungstechnik | 433 ... 476 | A |
|----------------------------------|-------------|----------|

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M)

9

| | |
|--|----|
| 1.1 Einheiten im Messwesen | |
| SI-Basisgrößen und Einheiten | 10 |
| Abgeleitete Größen und Einheiten | 10 |
| Einheiten außerhalb des SI | 12 |
| 1.2 Formeln | |
| Formelzeichen, mathem. Zeichen | 13 |
| Formeln, Gleichungen, Diagramme | 14 |
| Umstellen von Formeln | 15 |
| Größen und Einheiten | 16 |
| Rechnen mit Größen | 17 |
| Prozent- und Zinsrechnung | 17 |
| 1.3 Winkel und Dreiecke | |
| Winkelarten, Satz des Pythagoras | 18 |
| Funktionen im Dreieck | 19 |
| 1.4 Längen | |
| Teilung von Längen | 20 |
| Gestreckte Längen | 21 |
| Rohlängen | 21 |

| | |
|--|----|
| 1.5 Flächen | |
| Eckige Flächen | 22 |
| Dreieck, Vielecke, Kreis | 23 |
| Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring | 24 |
| Ellipse | 24 |
| 1.6 Volumen und Oberfläche | |
| Würfel, Zylinder, Pyramide | 25 |
| Kegel, Kegelstumpf, Kugel | 26 |
| Zusammengesetzte Körper | 27 |
| 1.7 Masse | |
| Allgemeine Berechnung | 27 |
| Längenbezogene Masse | 27 |
| Flächenbezogene Masse | 27 |
| 1.8 Schwerpunkte | |
| Linienschwerpunkte | 28 |
| Flächenschwerpunkte | 28 |

2 Technische Physik (P)

29

| | |
|---|----|
| 2.1 Bewegungen | |
| Konstante Bewegungen | 30 |
| Beschleunigte Bewegungen | 30 |
| Geschwindigkeiten an Maschinen | 31 |
| 2.2 Kräfte | |
| Zusammensetzen und Zerlegen | 32 |
| Kräftearten | 34 |
| Drehmoment | 35 |
| 2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad | |
| Mechanische Arbeit | 35 |
| Einfache Maschinen | 36 |
| Energie | 36 |
| Leistung und Wirkungsgrad | 37 |
| 2.4 Reibung | |
| Reibungskraft, Reibungszahlen | 38 |
| Rollreibungszahlen | 38 |
| 2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen | |
| Druck | 39 |
| Auftrieb | 39 |
| Hydraulische Kraftübersetzung | 39 |
| Druckübersetzung | 40 |
| Durchflussgeschwindigkeit | 40 |
| Zustandsänderung bei Gasen | 40 |

| | |
|--|----|
| 2.6 Festigkeitslehre | |
| Belastungsfälle, Grenzspannungen | 41 |
| Statische Festigkeit | 42 |
| Elastizitätsmodul | 42 |
| Zug, Druck, Flächenpressung | 43 |
| Abscherung, Torsion, Biegung | 44 |
| Biegebelastung auf Bauteile | 45 |
| Widerstandsmomente | 46 |
| Knickung, Zus. Beanspruchung | 47 |
| Dynamische Festigkeit | 48 |
| Gestaltfestigkeit | 49 |
| 2.7 Wärmetechnik | |
| Temperaturen, Längenänderung | 51 |
| Schwindung | 51 |
| Wärmemenge | 51 |
| Heizwerte | 52 |
| 2.8 Elektrotechnik | |
| Größen und Einheiten | 53 |
| Ohmsches Gesetz | 53 |
| Leiterwiderstand | 53 |
| Stromdichte | 54 |
| Schaltung von Widerständen | 54 |
| Stromarten | 55 |
| Elektrische Arbeit und Leistung | 56 |
| Transformator | 56 |

3 Technische Kommunikation (K)

57

| | |
|---|-----|
| 3.1 Geometrische Grundkonstruktionen | |
| Kartesisches Koordinatensystem | 58 |
| Polarkoordinatensystem | 59 |
| Flächendiagramme | 59 |
| Strecken, Lote, Winkel | 60 |
| Tangenten, Kreisbögen | 61 |
| Inkreis, Ellipse, Spirale | 62 |
| Zykloide, Evolvente, Hyperbel | 63 |
| 3.2 Zeichnungselemente | |
| Schriftzeichen | 64 |
| Normzahlen, Radien, Maßstäbe | 65 |
| Zeichenblätter | 66 |
| Stücklisten, Positionsnummern | 67 |
| Linienarten | 68 |
| 3.3 Darstellung | |
| Projektionsmethoden | 70 |
| Ansichten | 72 |
| Schnittdarstellung | 74 |
| Schraffuren | 76 |
| 3.4 Maßeintragung | |
| Maßlinien, Maßzahlen | 77 |
| Bemaßungsregeln | 78 |
| Zeichnungsvereinfachung | 83 |
| 3.5 GPS – Dimensionelle Tolerierung | |
| ISO-GPS-System | 85 |
| Dimensionelle Tolerierung | 86 |
| ISO-Passungen | 88 |
| Passungsempfehlungen, -auswahl | 96 |
| Allgemeintoleranzen | 97 |
| Wälzlagerpassungen | 97 |
| Spezifikationsmodifikatoren | 98 |
| Hüllbedingung, Maximal-Minimal-Bedingung | 99 |
| 3.6 GPS – Geometrische Tolerierung | |
| Aufbau der Toleranzangaben | 100 |
| Toleranzindikatoren | 101 |
| Zusätzliche Symbole, Modifikatoren | 102 |
| Angaben in Zeichnungen | 103 |
| 3.7 GPS – Oberflächenangaben | |
| Rauheitskenngrößen | 106 |
| Oberflächenangaben | 107 |
| Härteangaben | 110 |
| 3.8 Werkstückelemente | |
| Butzen, Werkstückkanten | 111 |
| Zentrierbohrungen, Rändel | 112 |
| Freistiche | 113 |
| Gewindeausläufe, Gewindefreistiche | 114 |
| 3.9 Maschinenelemente | |
| Gewinde, Schraubenverbindungen | 115 |
| Zahnräder | 116 |
| Wälzlager | 118 |
| Dichtungen | 119 |
| Sicherungsringe, Federn, Keilwellen | 120 |
| 3.10 Schweißen und Löten | |
| Symbole | 121 |
| Bemaßungsbeispiele | 123 |

4 Werkstofftechnik (W)

125

| | |
|---|-----|
| 4.1 Stoffe | |
| Stoffwerte | 126 |
| Periodisches System der Elemente | 128 |
| Chemikalien der Metalltechnik | 129 |
| 4.2 Bezeichnungssystem der Stähle | |
| Definition und Einteilung | 130 |
| Normung von Stahlprodukten | 131 |
| Werkstoffnummern | 132 |
| Bezeichnungssystem | 133 |
| 4.3 Stahlsorten | |
| Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht | 137 |
| Stähle, Übersicht | 138 |
| Baustähle | 140 |
| Einsatzstähle | 143 |
| Vergütungsstähle | 144 |
| Werkzeugstähle | 146 |
| Nichtrostende Stähle | 147 |
| Federstähle | 149 |
| Stähle für Blankstahlerzeugnisse | 150 |
| 4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse | |
| Bleche, Bänder, Rohre | 152 |
| Profile | 156 |
| Längen- u. flächenbezogene Masse | 165 |
| 4.5 Wärmebehandlung | |
| Kristallgitter, Legierungssysteme | 166 |
| Eisen-Kohlenstoff-Diagramm | 167 |
| Wärmebehandlung der Stähle | 168 |
| 4.6 Gusseisen-Werkstoffe | |
| Bezeichnung, Werkstoffnummern | 173 |
| Gusseisenwerkstoffe | 174 |
| 4.7 Gießereitechnik | |
| Leichtmetalle | |
| Übersicht Al-Legierungen | 179 |
| Aluminium-Knetlegierungen | 181 |
| Aluminium-Gusslegierungen | 183 |
| Aluminium-Profile | 184 |
| Magnesium- u. Titanlegierungen | 187 |
| 4.9 Schwermetalle | |
| Bezeichnungssystem | 189 |
| Kupfer- und Zinklegierungen | 190 |

| | |
|---------------------------------------|-----|
| 4.10 Sonstige Werkstoffe | 192 |
| 4.11 Kunststoffe | |
| Übersicht | 194 |
| Duroplaste | 197 |
| Thermoplaste | 198 |
| Elastomere, Schaumstoffe | 201 |
| Kunststoffverarbeitung | 202 |
| Polyblends, Schichtpressstoffe | 203 |
| Kunststoffprüfung | 206 |

| | |
|---|-----|
| 4.12 Werkstoffprüfung | |
| Übersicht | 207 |
| Zugversuch | 209 |
| Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch ... | 210 |
| Härteprüfung | 211 |
| 4.13 Korrosion, Korrosionsschutz | 214 |

5 Maschinenelemente (M)

215

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 5.1 Gewinde | |
| Gewindearten, Übersicht | 216 |
| Ausländische Gewinde-Normen | 217 |
| Metrisches ISO-Gewinde | 218 |
| Sonstige Gewinde | 219 |
| Gewindetoleranzen | 221 |
| 5.2 Schrauben | |
| Schraubenarten, Übersicht | 222 |
| Bezeichnung | 223 |
| Festigkeit | 224 |
| Sechskantschrauben | 225 |
| Zylinderschrauben | 228 |
| Sonstige Schrauben | 229 |
| Berechnung von Schrauben | 234 |
| Schraubensicherungen, Übersicht ... | 238 |
| Schraubenantriebe | 239 |
| 5.3 Senkungen | |
| Senkungen für Senkschrauben | 240 |
| Senkungen für Zylinderschrauben ... | 241 |
| 5.4 Muttern | |
| Mutternarten, Übersicht | 242 |
| Bezeichnung | 243 |
| Festigkeit | 244 |
| Sechskantmuttern | 245 |
| Sonstige Muttern | 247 |

| | |
|---|-----|
| 5.5 Scheiben | |
| Bauarten, Übersicht | 249 |
| Flache Scheiben | 249 |
| Sonstige Scheiben | 251 |
| 5.6 Stifte und Bolzen | |
| Bauarten, Übersicht | 252 |
| Zylinderstifte, Spannstifte | 253 |
| Kerbstifte, Bolzen | 254 |
| 5.7 Welle-Nabe-Verbindungen | |
| Verbindung, Übersicht | 255 |
| Keile | 256 |
| Passfedern, Scheibenfedern | 257 |
| Werkzeugkegel | 258 |
| 5.8 Sonstige Maschinenelemente | |
| Federn | 259 |
| Gewindestifte, Druckstücke, Kugelhöpfe | 262 |
| Griffe, Aufnahmen | 263 |
| Schnellspan-Bohrvorrichtung | 265 |
| 5.9 Antriebs Elemente | |
| Riemen | 267 |
| Stirnräder, Maße | 270 |
| Kegel- u. Schneckenräder, Maße ... | 272 |
| Übersetzungen | 273 |
| 5.10 Lager | |
| Gleitlager | 274 |
| Wälzlager | 276 |
| Schmieröle und Schmierfette | 285 |

6 Fertigungstechnik (F)

287

| | |
|---------------------------------------|-----|
| 6.1 Messtechnik | |
| Prüfmittel | 288 |
| Messergebnis | 289 |
| 6.2 Qualitätsmanagement | |
| Normen, Begriffe | 290 |
| Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung .. | 292 |
| Statistische Auswertung | 293 |
| Qualitätsfähigkeit | 295 |
| Statistische Prozesslenkung | 296 |
| 6.3 Maschinenrichtlinie | 299 |
| 6.4 Industrie 4.0 | |
| Y-Modell, Begriffe | 301 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| 6.5 Produktionsorganisation | |
| Erzeugnisgliederung | 303 |
| Arbeitsplanung | 304 |
| Kalkulation | 308 |
| 6.6 Instandhaltung | |
| Wartung, Instandsetzung | 311 |
| Instandhaltungskonzepte | 312 |

| | | | |
|--|-----|---|-----|
| 6.7 Spanende Fertigung | | 6.10 Umformen | |
| Zeitspannungsvolumen | 314 | Biegen: Werkzeug, Verfahren | 388 |
| Kräfte beim Spanen | 315 | Biegeradien, Zuschnitt | 390 |
| Drehzahl- und Drehmomentdiagramm | 316 | Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren | 392 |
| Schneidstoffe | 318 | Zuschnittsdurchmesser, Ziehspalt | 394 |
| Wendeschneidplatten | 320 | 6.11 Spritzgießen | |
| Werkzeug-Aufnahmen | 321 | Spritzgießwerkzeug | 396 |
| Kühlschmierung | 322 | Schwindung, Kühlung, Dosierung | 399 |
| Drehen | 324 | 6.12 Additive Fertigung | |
| Fräsen | 336 | Verfahren | 401 |
| Bohren, Senken, Reiben | 347 | Lasersintern, Werkstoffe | 402 |
| Schleifen | 355 | 6.13 Fügen | |
| Honen | 360 | Schmelzschweißen | 403 |
| CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte | 361 | Schutzgasschweißen | 405 |
| Werkzeug-/Bahnkorrekturen | 362 | Lichtbogenschweißen | 407 |
| CNC-Fertigung nach DIN | 363 | Schweißanweisung | 409 |
| CNC-Drehen nach PAL | 366 | Brennschneiden | 410 |
| CNC-Fräsen nach PAL | 372 | Kennzeichnung von Gasflaschen | 412 |
| 6.8 Abtragen | | Löten | 414 |
| Drahterodieren, Senkerodieren | 381 | Kleben | 417 |
| Einflüsse auf das Verfahren | 382 | 6.14 Arbeits- und Umweltschutz | |
| 6.9 Trennen durch Schneiden | | Gefahren am Arbeitsplatz | 419 |
| Schneidkraft, Pressen | 383 | Gefahrstoffverordnung | 420 |
| Schneidwerkzeug | 384 | Verbots-, Warn-, Sicherheitszeichen | 428 |
| Werkzeug- und Werkstückmaße | 386 | Kennzeichnung von Rohrleitungen | 431 |
| Streifenausnutzung | 387 | Schall und Lärm | 432 |
| 7 Automatisierungstechnik (A) | | 433 | |
| 7.1 Pneumatik, Hydraulik | | 7.4 SPS-Steuerungen | |
| Schaltzeichen, Wegeventile | 434 | SPS-Programmiersprachen | 459 |
| Proportionalventile | 436 | Binäre Verknüpfungen | 463 |
| Schaltpläne, Kennzeichnungssysteme | 437 | Ablaufsteuerungen | 464 |
| Pneumatische Steuerung | 441 | 7.5 Regelungstechnik | |
| Pneumatikzylinder | 442 | Grundbegriffe, Kennbuchstaben | 466 |
| Hydraulik-, Pneumatikzylinder, Leistung von Pumpen | 443 | Bildzeichen | 467 |
| Hydraulikpumpen | 444 | Regler | 468 |
| Rohre | 446 | 7.6 Handhabungs-, Robotertechnik | |
| 7.2 Grafset | | Koordinatensysteme, Achsen | 470 |
| Grundstruktur | 447 | Aufbau von Robotern | 471 |
| Schritte, Transitionen | 448 | Greifer, Arbeitssicherheit | 472 |
| Aktionen | 449 | 7.7 Motoren und Antriebe | |
| Verzweigung | 451 | Schutzmaßnahmen, Schutzarten | 473 |
| 7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik | | Elektromotoren, Berechnungen | 475 |
| Schaltzeichen | 454 | Kennzeichnung von Anschlüssen | 476 |
| Stromlaufpläne, Kennzeichnung | 455 | | |
| Sensoren | 457 | | |
| Elektropneumatische Steuerung | 458 | | |
| Normenverzeichnis | | 477 | |
| Sachwortverzeichnis | | 482 | |

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

| Normbegriff | Beispiel | Erklärung |
|--------------|------------------------------------|--|
| Norm | DIN 509 | Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freisteilen bei Drehteilen und Bohrungen. |
| Teil | DIN 30910-2 | Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben. |
| Beiblatt | DIN 743 Bbl 1 | Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen. |
| Entwurf | E DIN EN ISO 129-1 (2019-05) | Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Norm DIN EN ISO 129-1 (2020-02) mit Grundlagen der Maß- und Toleranzangabe lag der Öffentlichkeit z. B. seit Mai 2019 als Entwurf vor. |
| Vornorm | DIN V 45696-1 (2006-02) | Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen. |
| Ausgabedatum | DIN 76-1 (2016-08) | Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freisteiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig. |

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

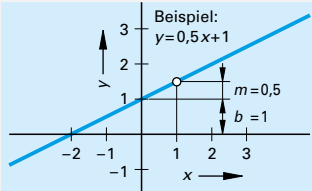
| Art | Kurzzeichen | Erklärung | Zweck und Inhalte |
|------------------------------------|-------------|---|--|
| Internationale Normen (ISO-Normen) | ISO | International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht) | Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern. |
| Europäische Normen (EN-Normen) | EN | Europäische Normungsorganisation CEN (Comité Européen de Normalisation), Brüssel | Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa. |
| Deutsche Normen (DIN-Normen) | DIN | Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin | Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit. |
| | DIN EN | Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm | |
| | DIN ISO | Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde. | |
| | DIN EN ISO | Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat. | |
| | DIN VDE | Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat. | |
| VDI-Richtlinien | VDI | Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf | Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik. |
| VDE-Druckschriften | VDE | Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main | |
| DGQ-Schriften | DGQ | Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main | Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik. |
| REFA-Blätter | REFA | Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt | Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung. |

1 Technische Mathematik

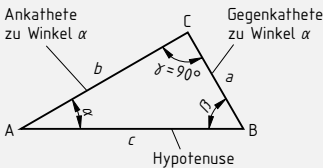
M



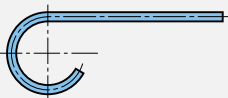
| | |
|--|----|
| 1.1 Einheiten im Messwesen | |
| SI-Basisgrößen und Einheiten | 10 |
| Abgeleitete Größen und Einheiten | 10 |
| Einheiten außerhalb des SI | 12 |



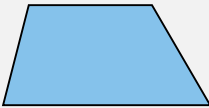
| | |
|--|----|
| 1.2 Formeln | |
| Formelzeichen, mathematische Zeichen | 13 |
| Formeln, Gleichungen, Diagramme | 14 |
| Umstellen von Formeln | 15 |
| Größen und Einheiten | 16 |
| Rechnen mit Größen | 17 |
| Prozent- und Zinsrechnung | 17 |



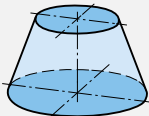
| | |
|---|----|
| 1.3 Winkel und Dreiecke | |
| Winkelarten, Satz des Pythagoras | 18 |
| Strahlensatz | 18 |
| Funktionen im Dreieck | 19 |
| Funktionen im rechtwinkligen Dreieck | 19 |
| Funktionen im schiefwinkligen Dreieck | 19 |



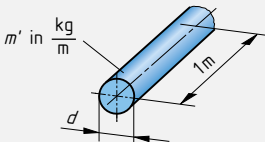
| | |
|------------------------------|----|
| 1.4 Längen | |
| Teilung von Längen | 20 |
| Bogenlänge | 20 |
| Gestreckte Längen | 21 |
| Federdrahtlänge | 21 |
| Rohlänge | 21 |



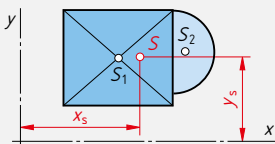
| | |
|--|----|
| 1.5 Flächen | |
| Eckige Flächen | 22 |
| Dreieck, Vielecke, Kreis | 23 |
| Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring | 24 |
| Ellipse | 24 |



| | |
|--------------------------------------|----|
| 1.6 Volumen und Oberfläche | |
| Würfel, Zylinder, Pyramide | 25 |
| Kegel, Kegelstumpf, Kugel | 26 |
| Zusammengesetzte Körper | 27 |



| | |
|---------------------------------|----|
| 1.7 Masse | |
| Allgemeine Berechnung | 27 |
| Längenbezogene Masse | 27 |
| Flächenbezogene Masse | 27 |



| | |
|-------------------------------|----|
| 1.8 Schwerpunkte | |
| Linienschwerpunkte | 28 |
| Flächenschwerpunkte | 28 |

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

| Basisgröße | Länge | Masse | Zeit | Elektrische Stromstärke | Thermodynamische Temperatur | Stoffmenge | Lichtstärke |
|------------------|-------|-----------|---------|-------------------------|-----------------------------|------------|-------------|
| Basis-einheit | Meter | Kilogramm | Sekunde | Ampere | Kelvin | Mol | Candela |
| Einheitenzeichen | m | kg | s | A | K | mol | cd |

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Système International d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basigrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---------------------------------------|-------------------------------|---|---------------------------|--|--|
| Länge, Fläche, Volumen, Winkel | | | | | |
| Länge | l | Meter | m | 1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m | 1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m |
| Fläche | A, S | Quadratmeter Ar Hektar | m ² a ha | 1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ² | Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken |
| Volumen | V | Kubikmeter Liter | m ³ l, L | 1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³ | Meist für Flüssigkeiten und Gase |
| ebener Winkel (Winkel) | $\alpha, \beta, \gamma \dots$ | Radian Grad Minute Sekunde | rad ° ' " | 1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1°/60 = 1°/3600 | 1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden. |
| Raumwinkel | Ω | Steradian | sr | 1 sr = 1 m ² /m ² | Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² . |
| Mechanik | | | | | |
| Masse | m | Kilogramm Gramm Megagramm Tonne | kg g Mg t | 1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt | In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt). |
| längenbezogene Masse | m' | Kilogramm pro Meter | kg/m | 1 kg/m = 1 g/mm | Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren. |
| flächenbezogene Masse | m'' | Kilogramm pro Meter hoch zwei | kg/m ² | 1 kg/m ² = 0,1 g/cm ² | Zur Berechnung der Masse von Blechen. |
| Dichte | ρ | Kilogramm pro Meter hoch drei | kg/m ³ | 1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³ | Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe. |

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

| Größe | Formelzeichen | Einheit | | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---|-----------------------|---|---|---|---|
| | | Name | Zeichen | | |
| Mechanik | | | | | |
| Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades | J | Kilogramm mal Meter hoch zwei | $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ | Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ | Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an. |
| Kraft Gewichtskraft | F F_G, G | Newton | N | $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$ | Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s. |
| Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment | M M_b, T | Newton mal Meter | $\text{N} \cdot \text{m}$ | $1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ | $1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt. |
| Impuls | p | Kilogramm mal Meter pro Sekunde | $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ | $1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$ | Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit. |
| Druck mechanische Spannung | p σ, τ | Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei | Pa N/mm^2 | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$ | Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_a verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch) |
| Flächenmoment 2. Grades | I | Meter hoch vier Zentimeter hoch vier | m^4 cm^4 | $1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$ | früher: Flächenträgheitsmoment |
| Energie, Arbeit, Wärmemenge | E, W | Joule | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ | Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie. |
| Leistung, Wärmestrom | P Φ | Watt | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$ | Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde. |
| Zeit | | | | | |
| Zeit, Zeitspanne, Dauer | t | Sekunde Minute Stunde Tag Jahr | s min h d a | $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$ | 3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden. |
| Frequenz | f, ν | Hertz | Hz | $1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ | $1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde. |
| Drehzahl, Umdrehungsfrequenz | n | 1 pro Sekunde 1 pro Minute | 1/s 1/min | $1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$ | Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt. |
| Geschwindigkeit | v | Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde | m/s m/min km/h | $1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$ | Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$ |
| Winkelgeschwindigkeit | ω | 1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde | 1/s rad/s | $\omega = 2\pi \cdot n$ | Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$. |
| Beschleunigung | a, g | Meter pro Sekunde hoch zwei | m/s^2 | $1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$ | Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$ |

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|-------------------------------------|------------------|-------------------|-------------------------|---|---|
| Elektrizität und Magnetismus | | | | | |
| Elektrische Stromstärke | I | Ampere | A | | Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert. |
| Elektr. Spannung | U | Volt | V | $1\text{ V} = 1\text{ W}/1\text{ A} = 1\text{ J}/\text{C}$ | |
| Elektr. Widerstand | R | Ohm | Ω | $1\ \Omega = 1\text{ V}/1\text{ A}$ | |
| Elektr. Leitwert | G | Siemens | S | $1\text{ S} = 1\text{ A}/1\text{ V} = 1/\Omega$ | |
| Spezifischer Widerstand | ρ | Ohm mal Meter | $\Omega \cdot \text{m}$ | $10^{-6}\ \Omega \cdot \text{m} = 1\ \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ | |
| Leitfähigkeit | γ, κ | Siemens pro Meter | S/m | | $\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ |
| Frequenz | f | Hertz | Hz | $1\text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000\text{ Hz} = 1\text{ kHz}$ | Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz |
| Elektr. Arbeit | W | Joule | J | $1\text{ J} = 1\text{ W} \cdot \text{s} = 1\text{ N} \cdot \text{m}$ $1\text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6\text{ MJ}$ $1\text{ W} \cdot \text{h} = 3,6\text{ kJ}$ | In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet. |
| Phasenverschiebungswinkel | φ | - | - | für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$ | Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung. |
| Elektr. Feldstärke | E | Volt pro Meter | V/m | | $E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$ |
| Elektr. Ladung | Q | Coulomb | C | $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot 1\text{ s}; 1\text{ A} \cdot \text{h} = 3,6\text{ kC}$ | |
| Elektr. Kapazität | C | Farad | F | $1\text{ F} = 1\text{ C}/\text{V}$ | |
| Induktivität | L | Henry | H | $1\text{ H} = 1\text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$ | |
| Leistung Wirkleistung | P | Watt | W | $1\text{ W} = 1\text{ J}/\text{s} = 1\text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1\text{ V} \cdot \text{A}$ | In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$ |

Thermodynamik und Wärmeübertragung

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele | |
|------------------------------------|----------------|---------------------------|-----------------------|---|--|--|
| Thermodynamische Temperatur | T, θ | Kelvin | K | $0\text{ K} = -273,15\text{ }^\circ\text{C}$ | Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15\text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 51 | |
| | t, ϑ | Grad Celsius | $^\circ\text{C}$ | $0\text{ }^\circ\text{C} = 273,15\text{ K}$ $0\text{ }^\circ\text{C} = 32\text{ }^\circ\text{F}$ $0\text{ }^\circ\text{F} = -17,77\text{ }^\circ\text{C}$ | | |
| Wärmemenge | Q | Joule | J | $1\text{ J} = 1\text{ W} \cdot \text{s} = 1\text{ N} \cdot \text{m}$ $1\text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000\text{ J} = 3,6\text{ MJ}$ | | $1\text{ kcal} = 4,1868\text{ kJ}$ |
| Spezifischer Heizwert | H_u | Joule pro Kilogramm | J/kg | $1\text{ MJ}/\text{kg} = 1000000\text{ J}/\text{kg}$ | | Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m^3) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes. |
| | | Joule pro Meter hoch drei | J/m^3 | $1\text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000\text{ J}/\text{m}^3$ | | |

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

| Länge | Fläche | Volumen | Masse | Energie, Leistung |
|--------------------------|---|---------------------------------|---|--------------------|
| 1 inch (in) = 25,4 mm | 1 sq.in = 6,452 cm ² | 1 cu.in = 16,39 cm ³ | 1 oz = 28,35 g | 1 PSh = 0,735 kWh |
| 1 foot (ft) = 0,3048 m | 1 sq.ft = 9,29 dm ² | 1 cu.ft = 28,32 dm ³ | 1 lb = 453,6 g | 1 PS = 0,7355 kW |
| 1 yard (yd) = 0,9144 m | 1 sq.yd = 0,8361 m ² | 1 cu.yd = 764,6 dm ³ | 1 t = 1000 kg | 1 kcal = 4186,8 Ws |
| 1 See-meile = 1,852 km | 1 acre = 4046,873 m ² | 1 gallon (US) = 3,785 l | 1 short ton = 907,2 kg | 1 kcal = 1,166 Wh |
| 1 Land-meile = 1,6093 km | Druck, Spannung | | 1 gallon (UK) = 4,546 l | 1 kpm/s = 9,807 W |
| | 1 bar = 14,5 pound/in ² | 1 barrel (US) = 158,9 l | 1 Karat = 0,2 g | 1 Btu = 1055 Ws |
| | 1 N/mm ² = 145,038 pound/in ² | 1 barrel (UK) = 159,1 l | 1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³ | 1 bhp = 745,7 W |

Formelzeichen, mathematische Zeichen

| Formelzeichen vgl. DIN 1304-1 (1994-03) | | | | | |
|---|-------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-------------------------|---|
| Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung |
| Länge, Fläche, Volumen, Winkel | | | | | |
| l | Länge | r, R | Radius | α, β, γ | ebener Winkel |
| b | Breite | d, D | Durchmesser | Ω | Raumwinkel |
| h | Höhe | A, S | Fläche, Querschnittsfläche | λ | Wellenlänge |
| s | Weglänge | V | Volumen | | |
| Mechanik | | | | | |
| m | Masse | F | Kraft | G | Schubmodul |
| m' | längenbezogene Masse | F_G, G | Gewichtskraft | μ, f | Reibungszahl |
| m'' | flächenbezogene Masse | M | Drehmoment | W | Widerstandsmoment |
| ρ | Dichte | M_T, T | Torsionsmoment | I | Flächenmoment 2. Grades |
| J | Trägheitsmoment | M_b | Biegemoment | W, E | Arbeit, Energie |
| p | Druck | σ | Normalspannung | W_p, E_p | potenzielle Energie |
| p_{abs} | absoluter Druck | τ | Schubspannung | W_k, E_k | kinetische Energie |
| p_{amb} | Atmosphärendruck | ε | Dehnung | P | Leistung |
| p_o | Überdruck | E | Elastizitätsmodul | η | Wirkungsgrad |
| Zeit | | | | | |
| t | Zeit, Dauer | f, ν | Frequenz | a | Beschleunigung |
| T | Periodendauer | v, u | Geschwindigkeit | g | örtliche Fallbeschleunigung |
| n | Umdrehungsfrequenz, Drehzahl | ω | Winkelgeschwindigkeit | α | Winkelbeschleunigung |
| | | | | Q, \dot{V}, q_v | Volumenstrom |
| Elektrizität | | | | | |
| Q | Ladung, Elektrizitätsmenge | L | Induktivität | X | Blindwiderstand |
| U | Spannung | R | Widerstand | Z | Scheinwiderstand |
| C | Kapazität | ρ | spezifischer Widerstand | φ | Phasenverschiebungswinkel |
| I | Stromstärke | γ, κ | elektrische Leitfähigkeit | N | Windungszahl |
| Wärme | | | | | |
| T, Θ | thermodynamische Temperatur | Q | Wärme, Wärmemenge | Φ, \dot{Q} | Wärmestrom |
| $\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$ | Temperaturdifferenz | λ | Wärmeleitfähigkeit | a | Temperaturleitfähigkeit |
| t, ϑ | Celsius-Temperatur | α | Wärmeübergangskoeffizient | c | spezifische Wärmekapazität |
| α_l, α | Längenausdehnungskoeffizient | k | Wärmedurchgangskoeffizient | H_o | spezifischer Heizwert |
| Licht, elektromagnetische Strahlung | | | | | |
| E_v | Beleuchtungsstärke | f | Brennweite | I_o, \dot{W} | Strahlstärke |
| | | n | Brechzahl | | Strahlungsenergie |
| Akustik | | | | | |
| p | Schalldruck | L_p | Schalldruckpegel | N | Lautheit |
| c | Schallgeschwindigkeit | I | Schallintensität | L_N | Lautstärkepegel |
| Mathematische Zeichen vgl. DIN 1302 (1999-12) | | | | | |
| Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise |
| \approx | ungefähr gleich, rund, etwa | \sim | proportional | \log | Logarithmus (allgemein) |
| $\hat{=}$ | entspricht | a^x | a hoch x, x-te Potenz von a | \lg | dekadischer Logarithmus |
| \dots | und so weiter | $\sqrt{\quad}$ | Quadratwurzel aus | \ln | natürlicher Logarithmus |
| ∞ | unendlich | $\sqrt[n]{\quad}$ | n-te Wurzel aus | e | Eulersche Zahl (e = 2,718281...) |
| $=$ | gleich | $ x $ | Betrag von x | \sin | Sinus |
| \neq | ungleich | \perp | senkrecht zu | \cos | Kosinus |
| $\stackrel{\text{def}}{=}$ | ist definitionsgemäß gleich | \parallel | ist parallel zu | \tan | Tangens |
| $<$ | kleiner als | $\uparrow\uparrow$ | gleichsinnig parallel | \cot | Kotangens |
| \leq | kleiner oder gleich | $\uparrow \downarrow$ | gegensinnig parallel | $(), [], \{ }$ | runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu |
| $>$ | größer als | \sphericalangle | Winkel | π | pi (Kreiszahl = 3,14159 ...) |
| \geq | größer oder gleich | \triangle | Dreieck | | |
| $+$ | plus | \equiv | kongruent zu | | |
| $-$ | minus | Δx | Delta x (Differenz zweier Werte) | \overline{AB} | Strecke AB |
| \cdot | mal, multipliziert mit | $\%$ | Prozent, vom Hundert | \widehat{AB} | Bogen AB |
| $-, /, :$ | durch, geteilt durch, zu, pro | $\%$ | Promille, vom Tausend | a', a'' | a Strich, a zwei Strich |
| Σ | Summe | ‰ | | a_1, a_2 | a eins, a zwei |

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

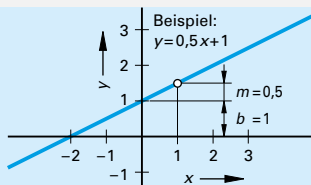
Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

| vorgeschriebene Einheiten | |
|---------------------------|------------------|
| Bezeichnung | Einheit |
| M | Drehmoment N · m |
| P | Leistung kW |
| n | Drehzahl 1/min |

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

| | | | | |
|-----|----|---|---|-----|
| x | -2 | 0 | 2 | 3 |
| y | 0 | 1 | 2 | 2,5 |

2. Beispiel:

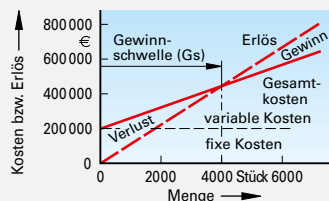
Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

| | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| M | 0 | 4000 | 6000 |
| K_G | 200000 | 440000 | 560000 |
| E | 0 | 440000 | 660000 |

- K_G Gesamtkosten → abhängige Variable
- M Menge → unabhängige Variable
- K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt
- K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion
- E Erlös → abhängige Variable



Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

| | | |
|--|---|---|
| Veränderungen auf der linken Formelseite | = | Veränderungen auf der rechten Formelseite |
|--|---|---|

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

| | |
|---------------------------|----------------------|
| Formel | |
| $p = \frac{F \cdot s}{t}$ | |
| linke Formelseite | = rechte Formelseite |

M

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

| | |
|---|---|
| $\textcircled{1} L = l_1 + l_2 \quad -l_1 \quad l_1 \text{ subtrahieren}$ | $\textcircled{3} L - l_1 = l_2 \quad \text{Seiten vertauschen}$ |
| $\textcircled{2} L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1 \quad \text{subtrahieren durchführen}$ | $\textcircled{4} l_2 = L - l_1 \quad \text{umgestellte Formel}$ |

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

| | |
|--|---|
| $\textcircled{1} A = l \cdot b \quad : b \quad \text{dividieren durch } b$ | $\textcircled{3} \frac{A}{b} = l \quad \text{Seiten vertauschen}$ |
| $\textcircled{2} \frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b} \quad \text{kürzen mit } b$ | $\textcircled{4} l = \frac{A}{b} \quad \text{umgestellte Formel}$ |

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

| | |
|---|---|
| $\textcircled{1} n = \frac{l}{l_1 + s} \quad \cdot (l_1 + s) \quad \text{mit } (l_1 + s) \text{ multiplizieren}$ | $\textcircled{4} n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1 \quad : n \quad \text{subtrahieren dividieren durch } n$ |
| $\textcircled{2} n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)} \quad \text{rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen}$ | $\textcircled{5} \frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{kürzen mit } n$ |
| $\textcircled{3} n \cdot l_1 + n \cdot s = l \quad - n \cdot l_1 \quad - n \cdot l_1 \text{ subtrahieren}$ | $\textcircled{6} s = \frac{l - n \cdot l_1}{n} \quad \text{umgestellte Formel}$ |

Umstellung von Wurzeln

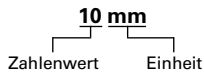
Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

| | |
|---|--|
| $\textcircled{1} c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad ()^2 \quad \text{Formel quadrieren}$ | $\textcircled{4} a^2 = c^2 - b^2 \quad \sqrt{\quad} \quad \text{radizieren}$ |
| $\textcircled{2} c^2 = a^2 + b^2 \quad - b^2 \quad b^2 \text{ subtrahieren}$ | $\textcircled{5} \sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{Ausdruck vereinfachen}$ |
| $\textcircled{3} c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2 \quad \text{subtrahieren, Seite tauschen}$ | $\textcircled{6} a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad \text{umgestellte Formel}$ |

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

| Zeichen | Vorsatz-Name | Zehnerpotenz | Mathematische Bezeichnung | Beispiele |
|---------|--------------|--------------|---------------------------|--|
| T | Tera | 10^{12} | Billion | 1200000000000 N = $12 \cdot 10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton) |
| G | Giga | 10^9 | Milliarde | 45000000000 W = $45 \cdot 10^9$ W = 45 GW (Giga-Watt) |
| M | Mega | 10^6 | Million | 8500000 V = $8,5 \cdot 10^6$ V = 8,5 MV (Mega-Volt) |
| k | Kilo | 10^3 | Tausend | 12600 W = $12,6 \cdot 10^3$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt) |
| h | Hekto | 10^2 | Hundert | 500 l = $5 \cdot 10^2$ l = 5 hl (Hekto-Liter) |
| da | Deka | 10^1 | Zehn | 32 m = $3,2 \cdot 10^1$ m = 3,2 dam (Deka-Meter) |
| - | - | 10^0 | Eins | 1,5 m = $1,5 \cdot 10^0$ m |
| d | Dezi | 10^{-1} | Zehntel | 0,5 l = $5 \cdot 10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter) |
| c | Zenti | 10^{-2} | Hundertstel | 0,25 m = $25 \cdot 10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter) |
| m | Milli | 10^{-3} | Tausendstel | 0,375 A = $375 \cdot 10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere) |
| µ | Mikro | 10^{-6} | Millionstel | 0,000052 m = $52 \cdot 10^{-6}$ m = 52 µm (Mikro-Meter) |
| n | Nano | 10^{-9} | Milliardstel | 0,000000075 m = $75 \cdot 10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter) |
| p | Piko | 10^{-12} | Billionstel | 0,000000000006 F = $6 \cdot 10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad) |

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

| Größe | Umrechnungsfaktoren, z. B. | Größe | Umrechnungsfaktoren, z. B. |
|---------|---|--------|---|
| Längen | $1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$ | Zeit | $1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$ |
| Flächen | $1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$ | Winkel | $1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$ |
| Volumen | $1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$ | Zoll | $1 \text{ inch} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$ |

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^{2,4}}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2,4}}{2,4 \text{ cm}} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^m = \frac{1}{a^{-m}}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{\text{d}}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

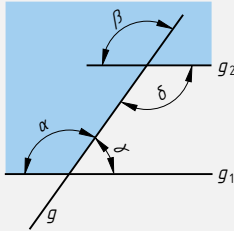
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

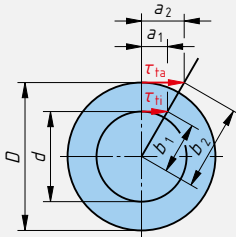
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

D = 40 mm, d = 30 mm,
τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

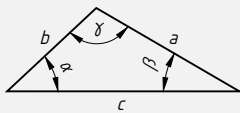
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

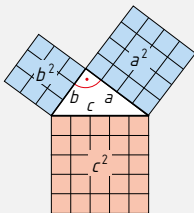
α = 21°, β = 95°, γ = ?
γ = 180° - α - β = 180° - 21° - 95° = 64°

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

1. Beispiel:

c = 35 mm; a = 21 mm; b = ?
b = √(c² - a²) = √(35 mm)² - (21 mm)² = 28 mm

2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.
K = ?
c² = a² + b²
R² = I² + K²
K = √(R² - I²) = √(50² mm² - 25² mm²)
K = 43,3 mm

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

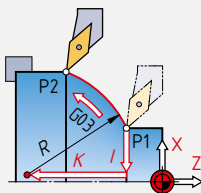
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

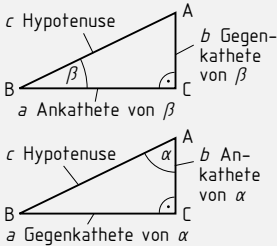
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)

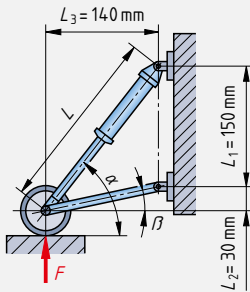


c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 - b die Ankathete und
 - a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 \sin Schreibweise für Sinus
 \cos Schreibweise für Kosinus
 \tan Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

| | | |
|-----------|---|---|
| Sinus | = | $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ |
| Kosinus | = | $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ |
| Tangens | = | $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ |
| Kotangens | = | $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$ |

M



1. Beispiel
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$
 Winkel $\alpha = ?$
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$
Winkel $\alpha = 52^\circ$

Bezogen auf den Winkel α ist:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

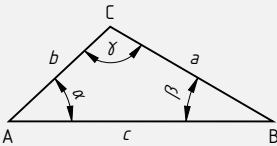
Bezogen auf den Winkel β ist:

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

2. Beispiel
 $L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$
 $L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

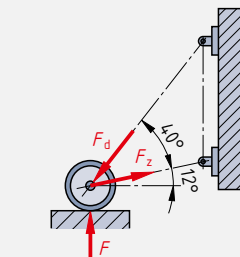
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α
 Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β
 Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

| Sinussatz | |
|--|--|
| $a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ | |
| $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ | |

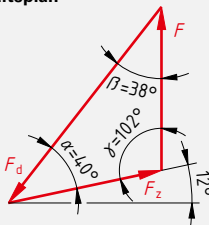


Beispiel
 $F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

| |
|--|
| $a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$ |
| $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$ |
| $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$ |

Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arccos.

| Kosinussatz | |
|---|--|
| $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ | |
| $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$ | |
| $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$ | |

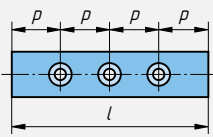
Umstellung, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung

Beispiel:

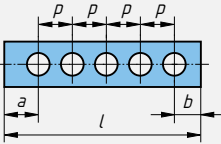
$l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand \neq Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung a, b Randabstände

Beispiel:

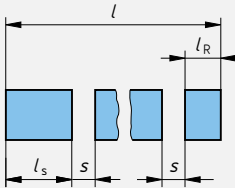
$l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$; $b = 50 \text{ mm}$;
 $n = 25$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



l Gesamtlänge s Sägeschnittbreite
 z Anzahl der Teile l_R Restlänge
 l_s Teillänge

Beispiel:

$l = 6 \text{ m}$; $l_s = 230 \text{ mm}$; $s = 1,2 \text{ mm}$; $z = ?$; $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

Anzahl der Teile

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Gesamtlänge

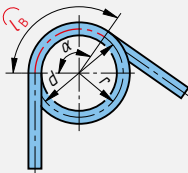
$$l = l_s \cdot z + s \cdot (z - 1)$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel
 r Radius d Durchmesser

Beispiel:

$r = 36 \text{ mm}$; $\alpha = 120^\circ$; $l_B = ?$

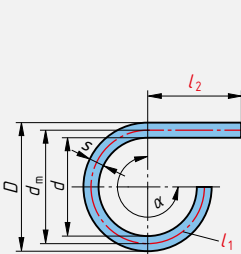
$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



D Außendurchmesser d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser s Dicke
 l_1, l_2 Teillängen L zusammengesetzte Länge
 α Mittelpunktswinkel

Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$; $l_2 = 70 \text{ mm}$;
 $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$